МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой вычислительной математики
и прикладных информационных технологий (ВМиПИТ)

Т.М. Леденева

26.05.2023 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
Б1.О.22 Численные методы

1. Код и наименование направления подготовки/специальности:
01.03.02 Прикладная математика и информатика

2. Профиль подготовки/специализация: все профили

3. Квалификация (степень) выпускника: бакалавр

4. Форма обучения: очная

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины: кафедра вычислительной математики и прикладных информационных технологий (ВМиПИТ)

6. Составители программы: Корзунина В.В., к.т.н., доцент,
Шабунина З.А., к.ф.-м.н., ст.н.с.
Корольков О.Г., к.ф.-м.н.

7. Рекомендована: НМС факультета ПММ 26.05.2023, протокол №7

8. Учебный год: 2025-2026 **Семестр(ы):** 5,6

9.Цели и задачи учебной дисциплины:
Цель учебной дисциплины: сформировать у обучающихся комплекс знаний по основным разделам численных методов и практические навыки разработки алгоритмов и компьютерных программ на их основе для решения прикладных задач в области профессиональной деятельности.
Задачи учебной дисциплины:
ознакомление обучающихся с классами задач основных разделов математики и соответствующими численными методами, которые используются для их решения;
формирование навыков формализации прикладной задачи и анализа численных методов, пригодных для ее решения, на основе сравнения их точности, сходимости и других характеристик с целью выбора наиболее подходящего варианта;

формирование умения адаптировать численные методы с учетом специфики прикладных задач из области профессиональной деятельности;
развитие практических навыков разработки компьютерных программ, реализующих численные методы;
проведение вычислительных экспериментов для выявления точности, сходимости и других характеристик различных классов численных методов.

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП: обязательная часть.
Изучение данной дисциплины базируется на знаниях, полученных при изучении следующих дисциплин: Математический анализ, Алгебра и геометрия, Дифференциальные уравнения, а также предполагает хорошие навыки программирования. Знания, умения и навыки, освоенные в рамках данной дисциплины, необходимы для последующего изучения дисциплин базовой и вариативной части учебного плана, в которых развиваются представления о применении вычислительного эксперимента для изучения сложных систем: Теория игр и исследование операций; Основы теории автоматического управления; Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений; Численные методы решения прикладных краевых задач; Модели вычислений; Производственная и преддипломная практики; Подготовка выпускной квалификационной работы.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ОПК-1	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и/или естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.2	Осуществляет формализацию поставленной задачи и выбирает математические методы для ее решения.	*Знать*: современные технологии формализации профессиональных задач в соответствии с профилем подготовки. *Уметь*: провести анализ постановки задачи с целью выбора подходящего метода для ее решения. *Владеть*: знаниями, полученными в области фундаментальной математики и естественных наук, с целью формализации прикладной задачи и выбора методов для ее решения.
ОПК-2	Способен использовать и адаптировать существующие математические методы и системы программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач.	ОПК-2.1	Выделяет основные направления адаптации методов решения прикладной задачи; реализует математические методы и алгоритмы в форме компьютерных программ для проведения вычислительного эксперимента.	*Знать*: общие понятия теории численных методов, основные численные методы алгебры, математического анализа, дифференциальных уравнений, а также направления их адаптации для решения прикладных задач в профессиональной деятельности. *Уметь*: использовать современные вычислительные средства для обработки, визуализации и анализа результатов исследований из различных областей прикладной математики и ее приложений. *Владеть*: навыками организации и проведения вычислительного эксперимента.
ОПК-5	Способен разрабатывать алгоритмы и компьютерные программы, пригодные для практического применения	ОПК-5.1	Применяет фундаментальные знания для реализации математических методов и алгоритмов при решении прикладной задачи; осуществляет сравнение точности, сходимости и других характеристик вычислительных алгоритмов.	*Знать*: основные принципы построения и применения эффективных численных алгоритмов. *Уметь*: осуществлять сравнение точности, сходимости и других характеристик численных алгоритмов. *Владеть*: навыками разработки компьютерных программ.

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час. 5,5/198 (5 семестр); 5,5/198 (6 семестр)

Форма промежуточной аттестации:
5 семестр – экзамен, зачет, контрольная работа (2);
6 семестр – экзамен, зачет, контрольная работа (2)

13. Виды учебной работы

Вид учебной работы	Трудоемкость

		Всего	По семестрам		
			№ семестра	№ семестра	…
Аудиторные занятия			5	6	
в том числе:	лекции	64	32	32	
	практические	64	32	32	
	лабораторные	64	32	32	
Самостоятельная работа		132	66	66	
Форма промежуточной аттестации *(зачет – 0 час. / экзамен – 36 час.)*		72	36	36	
Итого:		396	198	198	

13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК
		1. Лекции	
1.1	Основы вычислительного эксперимента	Исторические сведения о развитии этого раздела прикладной математики. Роль и место численных методов в системе математического образования.	**moodle (Численные методы) edu.vsu.ru**
1.2	Элементы теории погрешностей	Источники и классификация погрешностей результата вычислений. Типы погрешностей. Особенности машинной арифметики.	
1.3	Численные методы линейной алгебры	LU-разложение матрицы. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений. Обусловленность систем линейных уравнений. Метод прогонки. QR-разложение матрицы. Ортогональные матрицы и их свойства. Матрицы вращений и отражений. Метод отражений. Метод вращений. Частичные проблемы собственных значений.	
1.4	Численные методы решения нелинейных уравнений и систем	Итерационные методы уточнения корней уравнений. Метод простых итераций. Метод Ньютона. Метод секущих. Итерационные методы для систем нелинейных уравнений. Метод простых итераций. Метод Ньютона. Метод спуска.	
1.5	Численные методы приближения функций	Приближение функций алгебраическими многочленами. Построение интерполяционного многочлена методом неопределённых коэффициентов. Интерполяционный многочлен Лагранжа. Интерполяционный многочлен Ньютона. Метод наименьших квадратов. Приближение функции сплайнами.	
1.6	Численное дифференцирование и интегрирование	Методы численного дифференцирования на основе конечных разностей. Оценка погрешности. Методы численного дифференцирования на основе интерполяционных многочленов. Методы приближённого вычисления определённых интегралов.	
1.7	Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений	Одношаговые методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений и систем. Явный метод Эйлера. Локальная и полная погрешность явного метода Эйлера. Неявный метод Эйлера. Методы Рунге – Кутта. Методы приближённого решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка. Метод сеток. Метод пристрелки.	
1.8	Численные методы решения задач	Простейшая явная разностная схема в случае задачи Коши для уравнения теплопроводности. Простейшая неявная разностная схема в случае начально-краевой	

	математической физики.	задачи для уравнения теплопроводности. Разностная схема «крест» в случае начально-краевой задачи для волнового уравнения.. Разностная схема «крест» в случае задачи Дирихле для уравнения Пуассона. Аппроксимация дифференциального уравнения и краевого условия в прямоугольных и непрямоугольных областях. Принцип максимума для сеточных решений. Устойчивость схемы «крест». Методы решения системы сеточных уравнений в случае схемы «крест» для уравнения Пуассона. Метод простой итерации, сходимость метода. Дискретное преобразование Фурье. Быстрое преобразование Фурье.	
		2. Практические занятия	
2.1	Элементы теории погрешностей	Исторические сведения о развитии этого раздела прикладной математики. Роль и место численных методов в системе математического образования.	**moodle (Численные методы) edu.vsu.ru**
2.2	Численные методы линейной алгебры	LU-разложение матрицы. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений. Обусловленность систем линейных уравнений. Метод прогонки. QR-разложение матрицы. Ортогональные матрицы и их свойства. Матрицы вращений и отражений. Метод отражений. Метод вращений. Частичные проблемы собственных значений.	
2.3	Численные методы приближения функций	Приближение функций алгебраическими многочленами. Построение интерполяционного многочлена методом неопределённых коэффициентов. Интерполяционный многочлен Лагранжа. Интерполяционный многочлен Ньютона. Метод наименьших квадратов. Приближение функции сплайнами.	
2.4	Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений	Явный метод Эйлера. Локальная и полная погрешность явного метода Эйлера. Неявный метод Эйлера. Методы Рунге – Кутта. Методы приближённого решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка. Метод сеток. Метод пристрелки.	
2.5	Численные методы решения задач математической физики.	Простейшая неявная разностная схема в случае начально-краевой задачи для уравнения теплопроводности. Разностная схема «крест» в случае начально-краевой задачи для волнового уравнения. Разностная схема «крест» в случае задачи Дирихле для уравнения Пуассона. Аппроксимация дифференциального уравнения и краевого условия в прямоугольных и непрямоугольных областях. Принцип максимума для сеточных решений. Устойчивость схемы «крест». Методы решения системы сеточных уравнений в случае схемы «крест» для уравнения Пуассона. Метод простой итерации, сходимость метода.	
		3. Лабораторные работы	
3.1	Численные методы линейной алгебры	Метод Гаусса решения систем линейных уравнений. Метод прогонки. QR-разложение матрицы. Матрицы вращений и отражений. Метод отражений. Метод вращений. Частичные проблемы собственных значений.	**moodle (Численные методы) edu.vsu.ru**
3.2	Численные методы решения нелинейных уравнений и систем	Метод простых итераций. Метод Ньютона. Метод секущих. Итерационные методы для систем нелинейных уравнений. Метод простых итераций. Метод Ньютона. Метод спуска.	
3.3	Численное дифференцирование и интегрирование	Методы приближённого вычисления определённых интегралов.	

3.4	Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений	Явный метод Эйлера. Неявный метод Эйлера. Методы Рунге – Кутта. Методы приближённого решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка. Метод пристрелки.	
3.5	Численные методы решения задач математической физики.	Разностная схема «крест» в случае начально-краевой задачи для волнового уравнения. Разностная схема «крест» в случае задачи Дирихле для уравнения Пуассона. Аппроксимация дифференциального уравнения и краевого условия в прямоугольных и непрямоугольных областях. Методы решения системы сеточных уравнений в случае схемы «крест» для уравнения Пуассона. Метод простой итерации.	

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (часов)				
		Лекции	Практические занятия	Лабораторные занятия	Самостоятельная работа	Всего
1	Основы вычислительного эксперимента	2	0	0	6	8
2	Элементы теории погрешностей	4	6	0	6	16
3	Численные методы линейной алгебры	12	12	18	24	66
4	Численные методы решения нелинейных уравнений и систем	4	4	4	8	20
5	Численные методы приближения функций	8	8	10	10	36
6	Численное дифференцирование и интегрирование	2	2	0	8	12
7	Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений	16	16	16	35	83
8	Численные методы решения задач математической физики	16	16	16	35	83
	Итого:	64	64	64	132	324

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Для успешного освоения дисциплины «Численные методы» студент должен **регулярно** работать с конспектами лекций и предложенной лектором литературой, активно работать на практических занятиях, выполнять домашние задания, своевременно выполнять лабораторные задания, посещать консультации в случае возникновения вопросов и затруднений.

При использовании дистанционных образовательных технологий и электронного обучения выполнять все указания преподавателей по работе на LMS-платформе, своевременно подключаться к online-занятиям, соблюдать рекомендации по организации самостоятельной работы.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Демидович, Б. П. Основы вычислительной математики : учебное пособие / Б. П. Демидович, И. А. Марон. — 8-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 672 с. — ISBN 978-5-8114-0695-1. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/167894 (дата обращения: 19.11.2021). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
2	Демидович, Б. П. Численные методы анализа. Приближение функций, дифференциальные и интегральные уравнения : учебное пособие / Б. П. Демидович, И. А. Марон, Э. З. Шувалова. — 5-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 400 с. — ISBN 978-5-8114-0799-6. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/167810 (дата обращения: 19.11.2021). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
3	Амосов А. А. Вычислительные методы / А. А. Амосов, Ю. А. Дубинский, Н. В. Копченова. — Москва : Лань, 2014. – 672 с. Режим доступа: https://lanbook.lib.vsu.ru/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=42190

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
1	Бахвалов, Н. С. Численные методы : учебник / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков. — 9-е изд. — Москва : Лаборатория знаний, 2020. — 636 с. — ISBN 978-5-00101-836-0. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/126099 (дата обращения: 19.11.2021). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
2	Калиткин Н. Н. Численные методы : учеб. пособие для студ. вузов / Н. Н. Калиткин ; под ред. А. А. Самарского. – Москва : Наука, 1978. – 512 с.
3	Турчак Л. И. Основы численных методов : учеб. пособие для студ. вузов / Л. И. Турчак, П. В. Плотников. – Москва : Физматлит, 2005. – 300 с.
4	Самарский А. А. Численные методы : учеб. пособие для студ. вузов / А. А. Самарский, А. В. Гулин. – Москва : Наука : Физматлит, 1989. – 429 с.
5	Самарский А. А. Задачи и упражнения по численным методам : учеб. пособие / А. А. Самарский, П. Н. Вабищевич, Е. А. Самарская. – Москва : Эдиториал УРСС, 2000. – 207 с.
6	Бахвалов Н. С. Численные методы в задачах и упражнениях : учеб. пособие / Н. С. Бахвалов, А. В. Лапин, Е. В. Чижонков ; под ред. В. А. Садовничего. – Москва : Высш. шк., 2000. – 189 с.
7	Пирумов У. Г. Численные методы : учеб. пособие для студ. вузов / У. Г. Пирумов. – Москва : Дрофа, 2004. – 221 с.
8	Численные методы : сборник задач : учеб. пособие для студ. вузов / В. Ю. Гидаспов [и др.] ; под ред. У. Г. Пирумова. – Москва : Дрофа, 2007. – 144 с.
9	Численное решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений методами типа Рунге-Кутта : метод. указания по курсу «Численные методы». Ч. 1 / сост. В. В. Корзунина, З. А. Шабунина. – Воронеж, 2002. – 53 с.
10	Численное решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений методами типа Рунге-Кутта : метод. указания по курсу «Численные методы». Ч. 2 : Индивидуальные задания / сост. В. В. Корзунина, З. А. Шабунина. – Воронеж, 2005. – 31 с.
11	Метод дифференциальной прогонки решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений : учеб.-метод. пособие / сост. В. В. Корзунина, З. А. Шабунина, Д. В. Шаруда. – Воронеж : ЛОП ВГУ, 2006. – 27 с.
12	Лабораторный практикум по численным методам: интерполирование кубическими сплайнами : учеб.-метод. пособие / сост. В.В.Корзунина, З.А.Шабунина.– Воронеж; Издательский дом ВГУ, 2020.– 24 с.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)**:**

№ п/п	Ресурс
13	www.lib.vsu.ru — Зональная научная библиотека ВГУ
14	Волков Е. А. Численные методы : учеб. пособие / Е. А. Волков. – Москва : Лань, 2008. – 256 с. Режим доступа: https://lanbook.lib.vsu.ru/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=54

15	Корзунина В. В. Лабораторный практикум по численным методам : учеб. пособие. Ч. 1 : Теория / В. В. Корзунина, З. А. Шабунина. – Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2011. Режим доступа: http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m11-139.pdf
16	Корзунина В. В. Лабораторный практикум по численным методам : учеб. пособие. Ч. 2 : Индивидуальные задания / В. В. Корзунина, З. А. Шабунина. – Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2011. Режим доступа: http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m11-140.pdf
17	Корзунина В. В. Лабораторный практикум по численным методам : уравнения математической физики : метод. пособие для вузов / В. В. Корзунина, З. А. Шабунина, Д. В. Шаруда. – Воронеж : ЛОП ВГУ, 2006. – 22 с. Режим доступа: http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/may07053.pdf
18	Лабораторные занятия по численным методам: интерполирование и приближение функций : учеб.-метод. пособие. Ч. 1 : Теория / В. В. Корзунина, К. П. Лазарев, З. А. Шабунина. – Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2014. – 32 с. Режим доступа: http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m14-92.pdf
19	Лабораторные занятия по численным методам: интерполирование и приближение функций : учеб.-метод. пособие. Ч. 2 : Индивидуальные задания / В. В. Корзунина, К. П. Лазарев, З. А. Шабунина. – Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2014. – 19 с. Режим доступа: http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m14-93.pdf
20	Лабораторный практикум по численным методам. Метод пристрелки: учебно-методическое пособие / сост. В.В.Корзунина, З.А.Шабунина. – Воронеж, 2019. – 26 с. Режим доступа: http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m19-243.pdf
21	Лабораторный практикум по численным методам. Метод пристрелки. Часть 2. Индивидуальные задания: учебно-методическое пособие / сост. В.В.Корзунина, З.А.Шабунина. – Воронеж, 2021. – 31 с. Режим доступа: http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m19-243.pdf
20	Численные методы (прикладная математика) / В.В. Корзунина – Образовательный портал «Электронный университет ВГУ». – Режим доступа: https://edu.moodle.ru
21	Численные методы (ПМИ) 2021- 2022 / Шабунина З.А. – Образовательный портал «Электронный университет ВГУ» – Режим доступа: https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=18134

* Вначале указываются ЭБС, с которыми имеются договора у ВГУ, затем открытые электронно-образовательные ресурсы

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы (учебно-методические рекомендации, пособия, задачники, методические указания по выполнению практических (контрольных) работ и др.)

№ п/п	Источник
1	Численное решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений методами типа Рунге-Кутта : метод. указания по курсу «Численные методы». Ч. 1 / сост. В. В. Корзунина, З. А. Шабунина. – Воронеж, 2002. – 53 с.
2	Численное решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений методами типа Рунге-Кутта : метод. указания по курсу «Численные методы». Ч. 2 : Индивидуальные задания / сост. В. В. Корзунина, З. А. Шабунина. – Воронеж, 2005. – 31 с.
3	Метод дифференциальной прогонки решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений : учеб.-метод. пособие / сост. В. В. Корзунина, З. А. Шабунина, Д. В. Шаруда. – Воронеж : ЛОП ВГУ, 2006. – 27 с.
4	Корзунина В. В. Лабораторный практикум по численным методам : учеб. пособие. Ч. 1 : Теория / В. В. Корзунина, З. А. Шабунина. – Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2011.
5	Корзунина В. В. Лабораторный практикум по численным методам : учеб. пособие. Ч. 2 : Индивидуальные задания / В. В. Корзунина, З. А. Шабунина. – Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2011.
6	Корзунина В. В. Лабораторный практикум по численным методам : уравнения математической физики : метод. пособие для вузов / В. В. Корзунина, З. А. Шабунина, Д. В. Шаруда. – Воронеж : ЛОП ВГУ, 2006. – 22 с.
7	Лабораторные занятия по численным методам: интерполирование и приближение функций : учеб.-метод. пособие. Ч. 1 : Теория / В. В. Корзунина, К. П. Лазарев, З. А. Шабунина. – Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2014. – 32 с.
8	Лабораторные занятия по численным методам: интерполирование и приближение функций : учеб.-метод. пособие. Ч. 2 : Индивидуальные задания / В. В. Корзунина, К. П. Лазарев, З. А. Шабунина. – Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2014. – 19 с.
9	Лабораторный практикум по численным методам. Метод пристрелки: учебно-методическое пособие / сост. В.В.Корзунина, З.А.Шабунина. – Воронеж, 2019. – 26 с.

10	Лабораторный практикум по численным методам. Метод пристрелки. Часть 2. Индивидуальные задания: учебно-методическое пособие / сост. В.В.Корзунина, З.А.Шабунина. – Воронеж, 2021. – 31 с.
11	Лабораторный практикум по численным методам: интерполирование кубическими сплайнами : учеб.-метод. пособие / сост. В.В.Корзунина, З.А.Шабунина.– Воронеж; Издательский дом ВГУ, 2020.– 24 с.

17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы (при необходимости)

При реализации учебной дисциплины используются информационные электронно-образовательные ресурсы www.liv.vsu.ru и https://e.lanbook.com. Дисциплина реализуется с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий. Для организации занятий рекомендован онлайн-курс «Численные методы (прикладная математика)», размещенный на платформе Электронного университета ВГУ (LMS moodle), а также Интернет-ресурсы, приведенные в п.15в.

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Мебель и оборудование	Программное обеспечение
	Лекции
Специализированная мебель, компьютер (ноутбук), мультимедийное оборудование (проектор, экран, средства звуковоспроизведения).	Учебная аудитория: специализированная мебель, компьютер (ноутбук), мультимедийное оборудование (проектор, экран, средства звуковоспроизведения), доска (меловая или маркерная). ОС Windows 8 (10), интернет-браузер (Google Chrome, Mozilla Firefox), ПО Adobe Reader, пакет стандартных офисных приложений для работы с документами
	Практические занятия
Специализированная мебель, компьютер (ноутбук), мультимедийное оборудование (проектор, экран, средства звуковоспроизведения).	Учебная аудитория: специализированная мебель, компьютер (ноутбук), мультимедийное оборудование (проектор, экран, средства звуковоспроизведения), доска (меловая или маркерная). ОС Windows 8 (10), интернет-браузер (Google Chrome, Mozilla Firefox), ПО Adobe Reader, пакет стандартных офисных приложений для работы с документами
	Лабораторные занятия
Специализированная мебель, компьютер (ноутбук), мультимедийное оборудование (проектор, экран, средства звуковоспроизведения), персональные компьютеры для индивидуальной работы.	Учебная аудитория для проведения практических занятий: специализированная мебель, персональные компьютеры в количестве, обеспечивающем возможность индивидуальной работы. ОС Windows 8 (10), интернет-браузер (Google Chrome, Mozilla Firefox), ПО Adobe Reader, пакет стандартных офисных приложений для работы с документами, таблицами (MS Office, МойОфис, LibreOffice), Free Pascal, Microsoft Visual Studio Community Edition).

19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1	Основы вычислительного эксперимента	ОПК-2, ОПК-5	ОПК-2.1, ОПК-5.1	Опрос

2	Элементы теории погрешностей	ОПК-2	ОПК-2.1	Практико-ориентированные задания
3	Численные методы линейной алгебры	ОПК-2, ОПК-5	ОПК-2.1, ОПК-5.1	Лабораторная работа №1 Контрольная работа
4	Численные методы решения нелинейных уравнений и систем	ОПК-2, ОПК-5	ОПК-2.1, ОПК-5.1	Лабораторная работа №2
5	Численные методы приближения функций	ОПК-2, ОПК-5	ОПК-2.1, ОПК-5.1	Контрольная работа Лабораторная работа №3, №4
6	Численное дифференцирование и интегрирование	ОПК-2	ОПК-2.1	Практико-ориентированные задания Лабораторная работа№5
7	Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений	ОПК-1, ОПК-2, ОПК-5	ОПК-1.2, ОПК-2.1, ОПК-5.1	Лабораторные работы №6, №7 Контрольная работа
8	Численные методы решения задач математической физики	ОПК-1, ОПК-2, ОПК-5	ОПК-1.2, ОПК-2.1, ОПК-5.1	Лабораторная работа №8 Контрольная работа
Промежуточная аттестация, Форма контроля – зачет (2), экзамен (2)				

20. Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

Оценка знаний, умений и навыков, характеризующая этапы формирования компетенций в рамках изучения дисциплины осуществляется в ходе текущей и промежуточной аттестаций. Текущая аттестация проводится в соответствии с Положением о текущей аттестации обучающихся по программам высшего образования Воронежского государственного университета. Текущая аттестация проводится в формах: устного опроса, контрольных работ, выполнения практико-ориентированных заданий, лабораторных работ. Критерии оценивания приведены выше. Промежуточная аттестация проводится в соответствии с Положением о промежуточной аттестации обучающихся по программам высшего образования.

Контрольно-измерительные материалы промежуточной аттестации включают в себя теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень полученных знаний и/или практические задания, позволяющие оценить степень сформированности умений и(или) навыков.

При оценивании используются количественные шкалы оценок. Критерии оценивания приведены выше.

20.1 Текущий контроль успеваемости

Текущая аттестация осуществляется по результатам выполнения контрольных работ, тестирования и лабораторных работ.

20.1.1 Варианты контрольных работ

Вариант задания для Контрольной работы №1

1. Опишите, как метод Гаусса без выбора главного элемента может быть применен для нахождения определителя матрицы.
2. Пусть матрица **А** –диагональная. Показать, что ее число обусловленности не меняется при умножении матрицы **А** на ненулевое число.
3. Пусть А – матрица размера 2*2, $a_{ii} \neq 0.$ Доказать, что методы Якоби и Гаусса-Зейделя для системы $A\bar{x} = \bar{f}$ сходятся или расходятся одновременно.

4 . Изобразить на плоскости (p, q) область сходимости метода простой итерации для системы $\bar{x} = B\bar{x} + \bar{f},\ B = \begin{pmatrix} 0 & 2p \\ 3q & 0 \end{pmatrix},\ p,q \ge 0.$

Вариант задания для Контрольной работы №2

1. Функция **y=cos(x)** задана таблично в точках $x_i = ih, \quad i = 0,...,100, \quad x_0 = 0, \quad x_N = 3.$ Какова наибольшая погрешность при локальной линейной интерполяции в этом случае?

Используя интерполяционный многочлен Лагранжа, выписать формулу для вычисления значения $cos(x_{i+1/2}), \quad x_{i+1/2} = x_i + \dfrac{h}{2}$ (считаем, что значения $\cos(x_i)$ известны).

2. Для таблично заданной функции f(x) и предложенных граничных условий выписать систему уравнений для определения коэффициентов кубического сплайна (первоначальную систему, включающую все неизвестные коэффициенты). Чему равна производная $f'(x)$ во внутренних узлах таблицы?

x	-2	0	3
y	-7	0	5

$$s'(-2) = 1; \quad s''(3) = 3.$$

. 3. Пусть функция f(x) задана таблицей

x	-3	-2	0	2	3
y	0	1	3	5	6

Используя наилучшее среднеквадратичное приближение, аппроксимировать ее многочленом первой степени.

4. Функция f(x) задана таблично в узлах x_0, x_1, x_2. (сетка равномерная). Используя метод неопределенных коэффициентов, записать приближенную формулу для вычисления $f''(x_0)$ и оценить ее погрешность.

Вариант задания для Контрольной работы №3

1. Дана дифференциальная задача

$$u'(x) + 3u = 3x + 1, \quad x \in [0,1], \quad u(0) = 0$$

и аппроксимирующая ее разностная задача

$$\frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2h} + 3y_i = 3x_i + 1,\ i = 1,...,n-1,$$

$$y_0 = 0,\ y_1 = 0. \quad h = 1/n.$$

А) Определить порядок аппроксимации разностной задачи;
Б) Видоизменить, если необходимо, начальные условия, чтобы получить второй порядок аппроксимации;
В) Записать расчетные формулы для получения решения.

2. Задача Коши $u'(x) = f(x),\ x \in [0,1],\ u(0) = 0$ решается численно с помощью метода Рунге-Кутта:

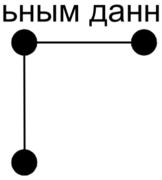
$$y_1 = y_0 + \frac{1}{6}\left(K_1 + 4K_2 + K_3\right),\ \ K_1 = hf(x_0, y_0), K_2 = hf(x_0 + \frac{1}{2}h,\ y_0 + \frac{1}{2}K_1),$$

$$K_3 = hf(x_0 + h, y_0 - K_1 + 2K_2)$$

Вычислить погрешность на шаге для данного метода.
Составить две дифференциальные задачи, которые при численном решении будут давать заранее известную (определить, какую) погрешность на шаге

Вариант задания для Контрольной работы №4

1. На равномерной сетке $\left\{\left(x_n, t_j\right), x_n = nh, t_j = j\tau\right\}$ построить методом неопределенных коэффициентов разностную аппроксимацию дифференциального уравнения $\frac{\partial u}{\partial t} - a\frac{\partial u}{\partial x} = f\left(x,t\right), a = const$ на заданном шаблоне. Определите порядок аппроксимации, исследуйте на устойчивость по начальным данным.

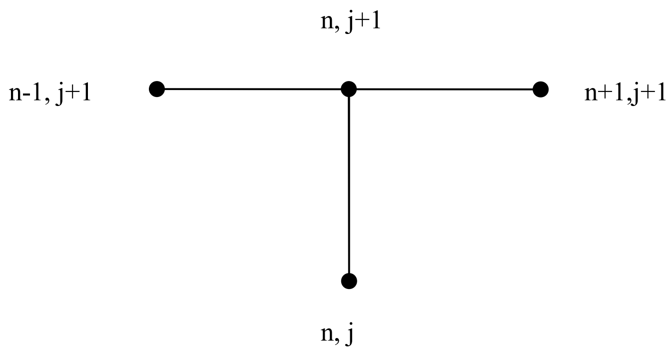


2. При каком соотношении шагов τ и h разностное уравнение $\frac{y_{n+1}^{j+1} - y_n^j}{h} = f_n^j$ аппроксимирует в точке $\left(x_n, t_j\right)$ дифференциальное уравнение $\frac{\partial u}{\partial x} + 3\frac{\partial u}{\partial t} = f\left(x,t\right)$?

3. Для численного решения задачи $\frac{\partial u}{\partial t} = k\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + f\left(x,t\right)$, где

$$k > 0, k = const, x \in \left[a,b\right], u\left(a,t\right) = \mu_1\left(t\right), u\left(b,t\right) = \mu_2\left(t\right), u\left(x,0\right) = \mu_3\left(x\right)$$

на шаблоне



составить разностную схему, описать алгоритм нахождения решения (считать, что $x_n - x_{n-1} = h, t_j - t_{j-1} = \tau$).

20.1.2 Критерии оценивания контрольных работ

Критерии оценки контрольных работ:

Отлично	Правильно решено не менее 90% заданий
Хорошо	Правильно решено не менее 75% заданий
Удовлетворительно	Правильно решено не менее 50% заданий
Неудовлетворительно	Правильно решено менее 50% заданий

20.1.3 Варианты заданий для лабораторных работ

Лабораторная работа №1: Численные методы линейной алгебры;

Лабораторная работа №2: Решение нелинейных уравнений и систем;
Лабораторная работа №3: Интерполирование функций;
Лабораторная работа №4: Построение кубического сплайна;
Лабораторная работа №5: Методы приближенного вычисления определенных интегралов;
Лабораторная работа №6: Численное решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений методами типа Рунге-Кутта;
Лабораторная работа №7: Решение краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений методом пристрелки;
Лабораторная работа №8: Численные методы решения задач уравнений математической физики.

Примеры вариантов заданий для лабораторных работ

Лабораторная работа № 6
Тема: Численное решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений методами типа Рунге-Кутта.
Задание 10. (Остальные варианты смотри в: *Корзунина В. В. Лабораторный практикум по численным методам : учеб. пособие. Ч. 2 : Индивидуальные задания / В. В. Корзунина, З. А. Шабунина. — Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2011.*
Режим доступа: http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m11-140.pdf)

Решение задачи Коши с заданной точностью с автоматическим выбором шага методом удвоения и деления шага пополам.
Назначение
Интегрирование обыкновенного дифференциального уравнения
$$y' = f(x, y),\ x \in [A, B] \qquad (1)$$
с начальным условием
$$y(C) = y_C,$$
где точка с совпадает либо с началом, либо с концом отрезка интегрирования.
Описание параметров.
data – имя файла исходных данных;
f – имя процедуры – функции с двумя параметрами,
которая должна быть описана в программе (функция f – вычисляет значение правой части уравнения (1));
ret – имя файла выходных данных;
ICod – следующие значения:
Icod = 0 – нет ошибки, решение получено;
Icod = 1 – требуемая точность не достигнута, решение получено с меньшей точностью;
Icod = 2 – ошибка входных данных.

Замечание о структуре файла исходных данных:
первая строка – значения A, B, C, y_C;
вторая строка – $h_{\min}$ минимально допустимый шаг интегрирования, наибольшее допустимое значение ε абсолютной погрешности.

Замечание о структуре выходного файла:
первые и последние строки - x-координата точки интегрирования, полученное приближенное значение в этой точке, минимальная погрешность в этой точке;
вторая строка файла – число точек интегрирования; число точек, в которых не достигается заданная точность; общее количество минимальных шагов интегрирования.

Метод (см. п. 4 Практические способы оценки погрешности; п.5.1 Метод удвоения и деления шага пополам.)

1) Конкретный вид метода Рунге-Кутта и способ оценки локальной погрешности приближенного решения на шаге определяется номером Вашего варианта.

2) Длина самого первого шага интегрирования берется равной $\dfrac{B-A}{10}$.

3) Для достижения заданной точности шаг h_n в каждой точке интегрирования выбирается методом удвоения и деления шага пополам. Если при делении шага он становится меньше $h_{\min}$, то деление недопустимо и шагу присваивается значение $h_{\min}$.

4) Для каждого вычисленного шага h_n делается проверка на конце интервала. Пусть интегрирование происходит слева направо, тогда проверяется выполнения неравенства $B-\left(x_n-h_n\right)<h_{\min}$. Если оно не удовлетворяется, то следующей точкой назначается x_n+h_n. Если неравенство справедливо, то для достижения конца отрезка интегрирования B необходимо сделать один или два шага, что регламентируется следующим правилом:

a) если $B-x_n \geq 2h_{\min}$, то делается два шага $x_{n+1}=B-h_{\min}, x_{n+2}=B$;

b) если $B-x_n \leq 1.5h_{\min}$, то выполняется один шаг $x_{n+1}=B$;

c) если $1.5h_{\min} \leq B-x_n \leq 2h_{\min}$, то делается два шага $x_{n+1}=x_n+\dfrac{B-x_n}{2}, x_{n+2}=B$.

Замечания по программированию.

1.После вычисления очередного приближенного значения решения оно сразу выводится в файл, занимать машинную память и хранение приближенных значений решения недопустимо.

2.Целесообразно написать подпрограмму, являющуюся интегратором уравнения на одном шаге.

Варианты задания 10.

Вариант	Метод Рунге-Кутта для решения	Метод Рунге-Кутта для уточнения решения
1	Метод второго порядка (69)	Метод четвертого порядка(28)
2	Метод второго порядка (20)	Метод четвертого порядка (26)
3	Метод второго порядка (72)	Метод четвертого порядка (27)
4	Метод второго порядка (74)	Метод третьего порядка (26)
5	Метод четвертого порядка (80)	Метод пятого порядка (79)

20.1.4 Тестовые задания для текущей аттестации

1. ***ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности***

Вопросы с выбором ответа

1. Числом обусловленности M_A матрицы **А** называется:

а) $M_A=\det(A)$;

б) $M_A=\|A\|\|x\|$;

в) $M_A = \|A^{-1}\| \|A\|$;

г) $M_A = \|A^{-1}\|$.

Правильный ответ: в)

2. Система линейных алгебраических уравнений **Ax=b** плохо обусловлена, если у матрицы **A** этой системы

а) число обусловленности много больше единицы;

б) число обусловленности близко к единице;

в) $\det A \approx 0$;

г) $\det A \neq 0$.

Правильный ответ: б)

3. Решается система линейных алгебраических уравнений **Ax=b.** В результате найдено приближенное решение $\tilde{x}$ (x^* – точное решение системы). Невязкой называется величина:

а) $R = x^* - \tilde{x}$;

б) $R = A\tilde{x} - b$;

в) $R = A\tilde{x} - x^*$.

Правильный ответ: б)

Вопросы с вычислением ответа

1. Для таблично заданной функции $f(x)$ вычислено, что разделенная разность $f(x_0, x_1, x_2) = 3$. Чему равна разделенная разность $f(2x_0, 2x_1, 2x_2)$, если значения функции при этом остались неизменными?

Правильный ответ: 0,75

2. Для таблично заданной функции $f(x)$ вычислено, что разделенная разность $f(x_0, x_1, x_2) = 5$. Чему равна разделенная разность $f(x_0 + 3, x_1 + 3, x_2 + 3)$, если значения функции при этом остались неизменными?

Правильный ответ: 5

2. ОПК-2 Способен использовать и адаптировать существующие математические методы и системы программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач

Вопросы с выбором ответа

1. Функция $f(x)$ задана таблицей из шести значений. Необходимо построить таблицу четвертых производных этой функции. Укажите, с помощью какого интерполяционного многочлена могут быть получены формулы численного дифференцирования:

а) Интерполяционный многочлен Лагранжа 4 степени

б) Интерполяционный многочлен Ньютона 3 степени

в) Интерполяционный многочлен Лагранжа 2 степени

г) Интерполяционный многочлен Ньютона 6 степени

Правильный ответ: а)

2. Функция $f(x)$ задана таблицей из трех значений. Необходимо построить таблицу вторых производных этой функции. Укажите, с помощью какого интерполяционного многочлена могут быть получены формулы численного дифференцирования:

а) интерполяционный многочлен Лагранжа 3степени;
б) интерполяционный многочлен Лагранжа 2 степени;
в) интерполяционный многочлен Ньютона 3 степени;
г) интерполяционный многочлен Лагранжа 1 степени.
Правильный ответ: б)

3. Функция $f(x)$ задана таблицей из четырех значений. Необходимо построить таблицу третьих производных этой функции. Укажите, с помощью какого интерполяционного многочлена могут быть получены формулы численного дифференцирования:
а) интерполяционный многочлен Лагранжа 4 степени;
б) интерполяционный многочлен Лагранжа 3 степени;
в) интерполяционный многочлен Ньютона 2 степени;
г) интерполяционный многочлен Ньютона 5 степени
Правильный ответ: б)

4. Выберите правильное утверждение:
а) Области сходимости метода простой итерации (МПИ) и метода Зейделя всегда одинаковы;
б) Если МПИ сходится, то метод Зейделя расходится;
в) Если метод Зейделя сходится, то МПИ расходится;
г) Области сходимости МПИ и метода Зейделя в общем случае различны.
Правильный ответ: г)

5. Выберите правильное утверждение: для таблично заданной функции можно построить единственный интерполяционный многочлен степени **n**, если
а) таблица содержит ровно **n** узлов интерполяции, которые расположены в порядке возрастания;
б) таблица содержит ровно **n+1** узел интерполяции, и среди узлов интерполяции нет совпадающих;
в) таблица содержит ровно **n+1** узел интерполяции, и среди узлов интерполяции есть совпадающие;
г) таблица содержит ровно **n** узлов интерполяции, и среди узлов интерполяции нет совпадающих.
Правильный ответ: б)

6. Выберите правильное утверждение: для таблично заданной функции можно построить интерполяционный кубический сплайн **только в том случае,** если
а) таблица содержит четное число узлов интерполяции, и среди узлов интерполяции есть совпадающие;
б) таблица содержит нечетное число узлов интерполяции, и среди узлов интерполяции нет совпадающих;
в) таблица содержит не менее трех узлов интерполяции, которые расположены в порядке строгого возрастания;

г) таблица содержит четное число узлов интерполяции, и среди узлов интерполяции нет совпадающих.
Правильный ответ: в)

7. Выберите правильное утверждение: погрешность интерполяции можно минимизировать, если
а) узлы интерполяции расположить в порядке возрастания;
б) если в качестве узлов интерполяции взять нули исходной заданной таблично функции;
в) если в качестве узлов интерполяции взять нули полинома Чебышева;
г) узлы интерполяции расположить в порядке убывания.
Правильный ответ: в)

8. Выберите правильное утверждение: метод Гаусса-Зейделя, примененный к системе линейных алгебраических уравнений **Ax=f, (A** – невырожденная матрица) будет сходиться при любом начальном приближении, если:
а) хотя бы одно собственное значение матрицы А по модулю больше единицы;
б) матрица А – матрица с диагональным преобладанием;
в) если хотя бы одно собственное значение матрицы А по модулю меньше единицы;
г) матрица А вещественная.
Правильный ответ: б)

9. Функция $f(x)$ задана таблицей из пяти значений. Необходимо построить таблицу четвертых производных этой функции. Укажите, с помощью какого интерполяционного многочлена могут быть получены формулы численного дифференцирования:

а) Интерполяционный многочлен Ньютона 4 степени
б) Интерполяционный многочлен Лагранжа 3 степени
в) Интерполяционный многочлен Лагранжа 2 степени
г) Интерполяционный многочлен Ньютона 5 степени
Правильный ответ: а)

10. Система линейных алгебраических уравнений $\overline{x}=B\overline{x}+f$ решается методом простых итераций. Найдено, что все собственные значения λ_B матрицы B удовлетворяют условию $\lambda_B \in (a;b)$. Укажите, при каких a и b метод будет сходиться при любом начальном приближении:
а) $a=2; b=7;$
б) $a=-1; b=3;$
в) $a=-1; b=1;$
г) $a=1; b=4;$
Правильный ответ: в)

11. Выберите правильное утверждение: метод Якоби, примененный к системе линейных алгебраических уравнений **Ax=f, (A** – невырожденная матрица) будет сходиться при любом начальном приближении, если:
а) если хотя бы одно собственное значение матрицы А по модулю больше единицы;
б) матрица А – матрица с диагональным преобладанием;
в) если хотя бы одно собственное значение матрицы А по модулю меньше единицы;

г) матрица А вещественная.
Правильный ответ: б)

12. Для таблично заданной на отрезке $\left[a, b\right]$ функции строится интерполяционный кубический сплайн $s(x)$. Выберите правильные утверждения:
а) $s(x)$ в узлах таблицы совпадает со значениями функции $f(x)$;
б) $s(x)$ непрерывен вместе с первой и второй производной на $\left[a, b\right]$;
в) $s(x)$ возрастает на $\left[a, b\right]$;
г) $s(x)$ убывает на $\left[a, b\right]$.
Правильные ответы: а), б)

13. Система линейных алгебраических уравнений $\overline{x} = B\overline{x} + f$ решается методом простых итераций. Найдено, что все собственные значения λ_B матрицы B удовлетворяют условию $\lambda_B \in (a; b)$. Укажите, при каких a и b метод будет расходиться при любом начальном приближении:
а) $a=2; b=5;$
б) $a=-1; b=0{,}5;$
в) $a=-0{,}5; b=1;$
г) $a=0{,}5; b=0{,}9$.
Правильный ответ: а)

Вопросы с вычислением ответа

1. Решение системы линейных алгебраических уравнений определяется по методу простой итерации
$$\overline{x}_{n+1} = B\overline{x}_n + \overline{b}, \qquad \text{где} \quad B = \begin{pmatrix} \alpha & 0{,}8 \\ -0{,}8 & \alpha \end{pmatrix}, \quad \alpha \in R.$$
Укажите промежуток (промежутки) значений для α, для которых процесс будет расходящимся?
Правильный ответ: $(-\infty; -0{,}6] \cup [0{,}6; +\infty)$

2. Решение системы линейных алгебраических уравнений определяется по методу простой итерации
$$\overline{x}_{n+1} = B\overline{x}_n + \overline{b}, \qquad \text{где} \quad B = \begin{pmatrix} \alpha & 0{,}8 \\ -0{,}8 & \alpha \end{pmatrix}, \quad \alpha \in R.$$
Укажите промежуток (промежутки) значений для α, для которых процесс будет сходящимся?

Правильный ответ: $\left(-0{,}6; 0{,}6\right)$

3. Решение системы линейных алгебраических уравнений определяется по методу простой итерации

$$\overline{x}_{n+1} = B\overline{x}_n + \overline{b}\,, \qquad \text{где} \quad B = \begin{pmatrix} \alpha & 0{,}6 \\ -0{,}6 & \alpha \end{pmatrix}, \quad \alpha \in R.$$

При каких α процесс будет расходящимся?
Укажите промежуток (промежутки) значений для α, для которых процесс будет расходящимся?

Правильный ответ: $(-\infty; -0{,}8] \cup [0{,}8; +\infty)$

4. Решение системы линейных алгебраических уравнений определяется по методу простой итерации

$$\overline{x}_{n+1} = B\overline{x}_n + \overline{b}\,, \qquad \text{где} \quad B = \begin{pmatrix} \alpha & 0{,}6 \\ -0{,}6 & \alpha \end{pmatrix}, \quad \alpha \in R.$$

Укажите промежуток (промежутки) значений для α, для которых процесс будет сходящимся?

Правильный ответ: $\left(-0{,}8;\, 0{,}8\right)$

3. ОПК-5 Способен разрабатывать алгоритмы и компьютерные программы, пригодные для практического применения

Вопросы с выбором ответа

1. При составлении разностных схем для уравнения с частными производными регулярными называются:
а) узлы сетки, в которых разностная схема записана на шаблоне;
б) узлы сетки, лежащие внутри рассматриваемой области;
в) узлы сетки, принадлежащие границам рассматриваемой области;
г) узлы сетки, принадлежащие одному слою.

Правильный ответ: а)

2. Дана дифференциальная задача $Lu = f$ и аппроксимирующая ее разностная схема $L_h y = f_h$. Решение разностной схемы сходится к решению дифференциальной задачи с порядком **p**, если:

а) $\left\|L_h u - f_h\right\|_h = O(h^p), \;\; h \to 0$

б) $\left\|Ly - f\right\|_h = O(h^p), \;\; h \to 0$

в) $\left\|u - y\right\|_h = O(h^p), \;\; h \to 0$

Правильный ответ: в)

3. Дана дифференциальная задача $Lu = f$ и аппроксимирующая ее разностная схема $L_h y = f_h$. Порядок аппроксимации равен **р**, если

а) $\left\| L_h u - f_h \right\|_h = O(h^p), \quad h \to 0$

б) $\left\| Ly - f \right\|_h = O(h^p), \quad h \to 0$

в) $\left\| u - y \right\|_h = O(h^p), \quad h \to 0$

Правильный ответ: а)

4. Дана дифференциальная задача $Lu = f$ и аппроксимирующая ее разностная схема $L_h y = f_h$. Аппроксимация называется безусловной, если:

а) $\left\| L_h u - f_h \right\|_h \to 0$ при определенном соотношении шагов сетки по различным переменным;

б) $\left\| Ly - f \right\|_h \to 0$ при любом соотношении шагов сетки по различным переменным;

в) $\left\| L_h u - f_h \right\|_h \to 0$ при любом соотношении шагов сетки по различным переменным;

г) $\left\| Ly - f \right\|_h \to 0$ при определенном соотношении шагов сетки по различным переменным.

Правильный ответ: в)

5. Метод Адамса $\frac{1}{\tau}(y_n - y_{n-1}) = \sum_{k=0}^{m} b_k f_{n-k}$ называется явным, если:

а) $b_0 = 0;$

б) $b_0 \neq 0;$

в) функция f_{n-k} является линейной относительно функции ***у***.

Правильный ответ: а)

Вопросы с вычислением ответа

1. Функция $f(x)$ задана своими значениями в узлах x_{i-1}, x_i, x_{i+1} $(x_{i\pm1} = x_i \pm h)$.

$f(x_{i-1}) = f_{i-1};\ f(x_i) = f_i;\ f(x_{i+1}) = f_{i+1}.$

Первая производная функции вычисляется по формуле

$$f'(x) \approx \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2h}.$$

Укажите, в каких из перечисленных точек приведенная формула будет иметь первый порядок точности (относительно h).

Правильный ответ: x_{i-1}, x_{i+1}

2. Функция $f(x)$ задана своими значениями в узлах x_{i-1}, x_i, x_{i+1} $(x_{i\pm1} = x_i \pm h)$.

$$f(x_{i-1}) = f_{i-1};\ f(x_i) = f_i;\ f(x_{i+1}) = f_{i+1}.$$

Вторая производная функции вычисляется по формуле

$$f''(x) \approx \frac{f_{i+1} - 2f_i + f_{i-1}}{h^2}.$$

Укажите, в каких из перечисленных точек приведенная формула будет иметь первый порядок точности (относительно h).

Правильный ответ: x_{i-1}, x_{i+1}

20.1.5 Критерии оценивания тестирования

При проведении тестирования каждый студент получает 9 вопросов (по три для каждого ОПК). Результат оценивания приведен в таблице

Отлично	Дано не менее 8 правильных ответов
Хорошо	Дано 6 или 7 правильных ответов
Удовлетворительно	Дано 4 или 5 правильных ответов
Неудовлетворительно	Дано менее 4 правильных ответов

20.2 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация проводится в форме письменного экзамена, на который отводится 90 минут. Затем работы проверяются преподавателем, и полученные оценки выставляются в ведомость и в зачетку. Если имеется необходимость в уточнении решения задач, или возникает спорная ситуация, то может быть проведено дополнительное собеседование.

20.2.1 Перечни вопросов для промежуточной аттестации

Перечень вопросов для промежуточной аттестации 1

1. Источники и классификация погрешностей результата вычислений. Типы погрешностей.
2. Особенности машинной арифметики.
3. LU-разложение матрицы.
4. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.
5. Обусловленность систем линейных уравнений. Метод прогонки.
6. QR-разложение матрицы.
7. Ортогональные матрицы и их свойства.
8. Матрицы вращений и отражений. Метод отражений. Метод вращений.

9. Частичные проблемы собственных значений.
10. Приближение функций (интерполяция) алгебраическими многочленами. Существование и единственность интерполяционного многочлена.
11. Построение интерполяционного многочлена методом неопределённых коэффициентов.
12. Интерполяционный многочлен Лагранжа.
13. Разделённые разности и их свойства.
14. Интерполяционный многочлен Ньютона.
15. Приближение функции кубическими сплайнами. Вывод уравнений для параметров кубических сплайнов.
16. Среднеквадратические приближения функций. Элемент наилучшего среднеквадратичного приближения.
17. Метод наименьших квадратов.
18. Погрешность глобальной интерполяции.
19. Численное дифференцирование. Оценка погрешности. Оптимальный шаг численного дифференцирования.
20. Методы приближённого вычисления определённых интегралов.
21. Итерационные методы уточнения корней уравнений.
22. Метод простых итераций. Метод Ньютона. Метод секущих.
23. Итерационные методы для систем нелинейных уравнений. Метод простых итераций. Метод Ньютона. Метод спуска.

Перечень вопросов для промежуточной аттестации 2

1. Одношаговые методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений и систем.
2. Явный метод Эйлера. Локальная и полная погрешность явного метода Эйлера. 23. Неявный метод Эйлера.
3. Методы Рунге – Кутта.
4. Методы приближённого решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка.
5. Метод пристрелки.

6. Методы численного дифференцирования на основе конечных разностей. Оценка погрешности.
7. Общая схема метода неопределённых коэффициентов.
8. Интерполяционный метод построения сеточных приближений производных.
9. Простейшая явная разностная схема в случае задачи Коши для уравнения теплопроводности.
10. Простейшая неявная разностная схема в случае начально-краевой задачи для уравнения теплопроводности.
11. Уравнение погрешности сеточного решения для уравнения теплопроводности в полосе.
12. Аппроксимация дифференциального уравнения и дополнительных условий.
13. Условие устойчивости как условие на соотношение шагов сетки. Спектральный критерий устойчивости.
14. Разностная схема «крест» в случае начально-краевой задачи для волнового уравнения.
15. Простейшая неявная разностная схема в случае начально-краевой задачи для волнового уравнения.
16. Аппроксимация дифференциального уравнения и дополнительных условий. Условие устойчивости как условие на соотношение шагов сетки.
17. Разностная схема «крест» в случае задачи Дирихле для уравнения Пуассона.

18. Аппроксимация дифференциального уравнения и краевого условия в прямоугольных и непрямоугольных областях.
19. Принцип максимума для сеточных решений. Устойчивость схемы «крест».
20. Методы решения системы сеточных уравнений в случае схемы «крест» для уравнения Пуассона.
21 .Разностные схемы для уравнения теплопроводности с двумя пространственными переменными.
22. Метод простой итерации, сходимость метода.
23. Дискретное преобразование Фурье. Быстрое преобразование Фурье.

20.2.2 Варианты контрольно-измерительных материалов

Пример контрольно-измерительного материала
(к промежуточной аттестации 1)
Контрольно-измерительный материал №_1_

1. Сформулируйте теорему об LU-разложении матриц.

2. Дайте определение кубического сплайна.

3. Теорема о необходимых и достаточных условиях сходимости метода простой итерации для решения системы линейных алгебраических уравнений (с доказательством).

4. Изобразить на плоскости (p, q) область сходимости метода простой итерации для системы $\overline{x} = B\overline{x} + \bar{f},\ B = \begin{pmatrix} p & 2q \\ -2q & p \end{pmatrix}$.

5. Для функции $f(x) = \sqrt[3]{x}$ построить на отрезке [-1;1] многочлен первой степени наилучшего среднеквадратичного приближения.

6 . Восстановите многочлен $P_3(x)$ по его значениям

x	-1	0	1	2
y	0	1	2	9

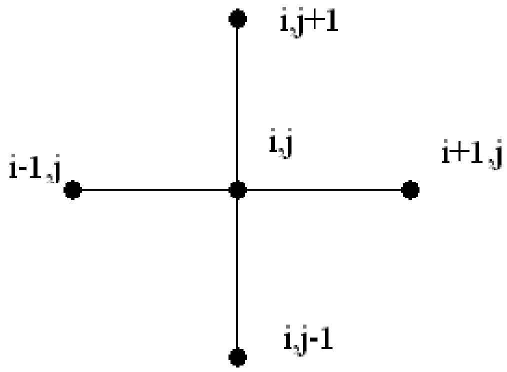
Пример контрольно-измерительного материала
(к промежуточной аттестации 2)

1. Сформулируйте основную теорему теории разностных схем (теорема Филиппова).
2. Краевая задача $y''(x) = f(x, y, y'),\ y(a) = A,\ y(b) = B$ решается численно методом пристрелки. Опишите алгоритм в случае, когда корни нелинейного уравнения находятся методом Ньютона.
3. Для численного решения задачи

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + f(x,t);\ c = const, \quad x \in [a,b],$$

$$u(a,t) = \mu_1(t), u(b,t) = \mu_2(t),\ u(x,0) = \mu_3(x), u'_t(x,0) = \mu_4(x)$$

на шаблоне



составить разностную схему, определить ее порядок аппроксимации, исследовать устойчивость методом разделения переменных, описать алгоритм нахождения решения, обосновав возможность его применения (считать, что $x_i - x_{i-1} = h, t_j - t_{j-1} = \tau$).

4. Дана дифференциальная задача

$$u'(x) + 10u = 10x + 1, \quad x \in [0,1], \quad u(0) = 0$$

И разностная схема

$$\frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2h} + 10\, y_i = 10\, x_i + 1,\ i = 1,..., n-1,\ y_0 = 0,\ y_1 = 0. \quad h = 1/n.$$

Определить порядок аппроксимации разностной схемы; видоизменить, если необходимо, граничные условия, чтобы получить второй порядок аппроксимации.

5. При каком соотношении шагов τ и h разностный оператор $\frac{(y_{i+1}^{j+1} - y_i^j)}{h}$ аппроксимирует в точке $(x_i,\ t_j)$ дифференциальный оператор $\frac{\partial u}{\partial x} + 3\,\frac{\partial u}{\partial t}$?

20.2.3 Критерии аттестации (эачет/экзамен)

Для оценивания результатов обучения на экзамене/зачете используются следующие показатели:
1) знание учебного материала и владение понятийным аппаратом курса численных методов;
2) умение связывать теорию с решением практических задач;
3) умение иллюстрировать ответ примерами и необходимыми математическими выкладками;
4) умение применять теоретические знания к разработке алгоритмов;

Для оценивания результатов обучения на экзамене используется 4-балльная шала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».
Для оценивания результатов обучения на зачете используется – зачтено, не зачтено
Соотношение показателей, критериев и шкалы оценивания результатов обучения.

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Обучающийся в полной мере владеет понятийным аппаратом данной области науки (теоретическими основами дисциплины), способен иллюстрировать ответ примерами, фактами, данными научных исследований, применять теоретические знания для решения практических задач с использованием численных методов.	Повышенный уровень	*Отлично*

Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует одному (двум) из перечисленных показателей, но обучающийся дает правильные ответы на дополнительные вопросы. В доказательствах утверждений и в математических преобразованиях допущены неточности.	Базовый уровень	*Хорошо*
Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует любым двум(трем) из перечисленных показателей, обучающийся дает неполные ответы на дополнительные вопросы. Демонстрирует частичные знания теории или допускает существенные ошибки в математических выкладках.	Пороговый уровень	*Удовлетворительно*
Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует любым трем(четырем) из перечисленных показателей. Обучающийся демонстрирует отрывочные, фрагментарные знания, допускает грубые ошибки.	–	*Неудовлетворительно*

На зачете:

Зачтено	выполнение плана практических и лабораторных занятий
Не зачтено	невыполнение плана практических или лабораторных занятий

Задания раздела 20.1.4 рекомендуются к использованию при проведении диагностических работ с целью оценки остаточных знаний по результатам освоения данной дисциплины.